PRACE NAUKOWE POLITECHNIKI WARSZAWSKIEJ
z. 117 Transport 2017

Tomasz Ambroziak, Barbara Kondracka
Politechnika Warszawska, Wydział Transportu

PROBLEMATYKA WYZNACZANIA SZANS REALIZACJI PRZEDSIĘWZIĘĆ PRZEDSTAWIONYCH GRAFEM

Rękopis dostarczono: czerwiec 2017

Streszczenie: W artykule przedstawiono aparat matematyczny modelowania szans realizacji przedsięwzięć. Przez przedsięwzięcie rozumie się układ operacji. Realizacja przedsięwzięcia polega na zrealizowaniu wszystkich operacji wchodzących w skład przedsięwzięcia. Operacje wchodzące w skład przedsięwzięcia uporządkowane są technologicznie. Uporządkowanie technologiczne operacji zadane jest w postaci grafu. Zakłada się, że czas realizacji każdej operacji jest zmienną losową. W artykule składana jest propozycja formalnego zapisu różnorodnych parametrów operacji przedsięwzięcia. Wykorzystując matematyczny zapis parametrów można formułować różnorodne zadania optymalizacyjne wyznaczania szans realizacji przedsięwzięć.

Słowa kluczowe: modelowanie matematyczne, teoria grafów, optymalizacja

1. PARAMETRYZACJA OPERACJI PRZEDSIĘWZIĘCIA

Zakładamy, że przedsięwzięcie dla którego wyznaczamy szanse realizacji przedstawione jest w postaci grafu G, tj. $G=(\boldsymbol{W},\boldsymbol{L})$, dla którego $\boldsymbol{W}$ jest zbiorem wierzchołków grafu (wierzchołek grafu $w(i)\in\boldsymbol{W}$ ma interpretację zdarzenia zakończenia lub rozpoczęcia realizacji operacji przedsięwzięcia) natomiast $\boldsymbol{L}$ jest zbiorem łuków grafu (łuk grafu ma interpretację operacji przedsięwzięcia (czynności przedsięwzięcia), operacja $o(i,j)\in\boldsymbol{L}$). Zakładamy, że graf G spełnia warunki: asymetryczności oraz acykliczności w sensie dróg.

Przyjmujemy, że każdej o(i,j)-tej operacji przedsięwzięcia przyporządkowane są trzy liczby: - minimalny czas x_{ij} realizacji o(i,j)-tej operacji; – najbardziej prawdopodobny czas y_{ij} realizacji o(i,j)-tej operacji; - maksymalny czas z_{ij} realizacji o(i,j)-tej operacji Dla każdej o(i,j)-tej operacji spełniony winien być warunek „porządkujący" czasy jej realizacji, a mianowicie: $x_{ij}\le y_{ij}\le z_{ij}$.

Zakładamy ponadto, że minimalny czas x_{ij} realizacji operacji o(i,j) przyjmuje wartości z przedziału $<\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}>$, tj. $x_{ij}\in<\underline{a}_{ij},\overline{a}_{ij}>$ analogicznie czas najbardziej prawdopodobny realizacji przyjmuje wartości z przedziału $y_{ij} \in <\underline{b}_{ij}, \overline{b}_{ij}>$ oraz czas maksymalny realizacji przyjmować wartości z przedziału $z_{ij} \in <\underline{c}_{ij}, \overline{c}_{ij}>$.

Określenie zakresu zmienności czasów realizacji dla każdej z wcześniej określonych wielkości jest oczywiste z punktu widzenia praktyki.

Przyjmujemy również, że dla wartości x_{ij}, y_{ij} oraz z_{ij} określone są jednostkowe koszty realizacji operacji o(i,j): - $k(x_{ij})$; $k(y_{ij})$; $k(z_{ij})$, oczywiście przy założeniu, że im czas realizacji operacji jest krótszy, to koszt realizacji operacji jest większy, a zatem wyżej wymienione koszty operacji spełniają warunek: $k(x_{ij}) \geq k(y_{ij}) \geq k(z_{ij})$.

Przyjęcie założenia o tym, że czas realizacji operacji wyrażany jest trzema wielkościami sugeruje, że czas jest zmienną losową o rozkładzie normalnym. W takim razie oczekiwany czas τ_{ij} realizacji operacji o(i,j) może być wyznaczony za pomocą następującego wyrażenia:

$$\tau_{ij} = \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6} \tag{1}$$

Natomiast rozrzut σ^2_{ij} czasu realizacji o(i,j)-tej operacji, wyznaczany jest z następującego wzoru:

$$\sigma^2_{ij} = \frac{(z_{ij} - x_{ij})^2}{36} \tag{2}$$

2. PARAMETRYZACJA WIERZCHOŁKÓW (ZDARZEŃ) PRZEDSIĘWZIĘCIA

Uwzględniając losowość czasów realizacji o(i,j)-tych operacji należących do zbioru $\boldsymbol{L}$, wyznaczamy wielkość T_j o interpretacji losowego momentu zaistnienia wierzchołka o numerze w(j), $w(j) \in \boldsymbol{W}$.

Wielkość T_j wyznaczamy z następującego wzoru

$$T_j = \max_{i \in \Gamma_j^{-1}} \{T_i + \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}\} \tag{3}$$

Oczywistym jest, że dla wierzchołka o numerze jeden w(1)=1, wartość liczbowa wielkości $T_j = T_1$ jest równa zero, tj. $T_1 = 0$, przy założeniu, że wierzchołek o numerze jeden jest wierzchołkiem początkowym dla rozpatrywanego grafu G. Wierzchołek grafu G o numerze w(j) jest wierzchołkiem początkowym, jeśli dla niego spełniony jest warunek, postaci: $\Gamma_j^{-1} = \emptyset \wedge \Gamma_j \neq \emptyset$. W takim razie indeks j dla powyższego wzoru przebiega wartości j=2,3., …,n. Przyjmujemy, że w(n) jest numerem wierzchołka końcowego dla grafu G.

Wierzchołek grafu G o numerze w(n)=n jest wierzchołkiem końcowym, jeśli dla niego spełniony jest warunek, postaci: $\Gamma_n^{-1} \neq \emptyset \wedge \Gamma_n = \emptyset$.

Ponieważ wielkość T_j ma charakter losowy, to wyznaczany jest rozrzut σ_j^2 momentu zaistnienia wierzchołka o numerze w(j), w(j)$\in$ ***W***. Rozrzut σ_j^2 momentu zaistnienia wierzchołka o numerze w(j)=j wyznaczany jest według następującego wzoru:

$$\sigma_j^2 = \max_{i \in \Gamma_j^{-1}} \{\sigma_i^2 + \frac{(z_{ij} - x_{ij})^2}{36} \tag{4}$$

Oczywistym jest, że dla wierzchołka o numerze jeden (1), wartość liczbowa wielkości $\sigma_j^2 = \sigma_1^2$ jest równa zero, tj. $\sigma_1^2=0$ przy założeniu, że wierzchołek o numerze jeden jest wierzchołkiem początkowym rozpatrywanego grafu G. Indeks j dla powyższego wzoru przyjmuje wartości j=2,3., …,n, przy czym n jest numerem wierzchołka końcowego dla grafu G.

Dla każdego wierzchołka grafu G o numerze w(i), także i jest elementem zbioru numerów wierzchołków ***W*** tj. w(i)$\in$ ***W*** wyznaczany jest najpóźniejszy moment jego zaistnienia, tj. wielkość T_i^1. Przyjmujemy, że najpóźniejszy moment zaistnienia wierzchołka grafu G o numerze i, tj. wielkość T_i^1 wyznaczany jest według następującego wzoru:

$$T_i^1 = \min_{j \in \Gamma_i} \{T_j^1 - \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}\} \tag{5}$$

Zakładamy, że dla w(i)=n wielkość $T_i^1 = T_n^1 = T_n$, natomiast indeks i przyjmuje wartości i=n-1, n-2, …, 1. Oznacza to, że wielkości T_i^1 wyznaczane są od wierzchołka końcowego poczynając na wierzchołku początkowym grafu G kończąc.

3. FORMALIZACJA ZAPISU INNYCH PARAMETRÓW PRZEDSIĘWZIĘCIA

Konieczność skrócenia czasów realizacji niektórych operacji, prowadząca do otrzymania grafu o pożądanych właściwościach, nakłada obowiązek obliczenia dla każdej operacji tzw. rezerwy czasowej. Rezerwa czasowa o(i,j)-tej operacji wyznaczana jest na podstawie poniższego wzoru:

$$\Delta_{ij} = T_j^1 - T_i - \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6} \tag{6}$$

Rezerwa czasowa może przyjmować wartości większe od zera lub równe zero. Operacja o(i,j) dla której $\Delta_{ij} = 0$ nosi nazwę operacji krytycznej. Ciąg operacji krytycznych tworzy w grafie G drogę krytyczną tzn. drogę najdłuższą w grafie. Droga najdłuższa w grafie determinuje najwcześniejszy czas realizacji wszystkich operacji grafu G.

Oznaczymy przez $d(w(1),w(n)) \equiv d(1,n)$ drogę krytyczną w grafie G między wierzchołkiem w(1)=1 a wierzchołkiem w(n)=n, tzn. ciąg postaci:

$$d(1,n) = < o(i_1,j_1), o(i_2,j_2), \ldots, o(i_n,j_n), \ldots, o(i_{N(1,n)},j_{N(1,n)})) \tag{7}$$

elementy którego spełniają warunki:

1. $w(i_1)=1;\ w(j_{N(1,n)})=n$
2. $\bigwedge_{o(i_n,j_n)\in d(1,n)} R(o(i_n,j_n))=1; \quad n=1,\ldots,N(1,n)$
3. $w(i_{n+1})=w(j_n)\ ;\ n=1,\ldots,N(1,n)-1$
4. $w(i_n) \neq w(i_{n'});\ w(j_n) \neq w(j_{n'});\ n \neq n';\ n,n'=1,\ldots,N(1,n)$

oraz N(1,n) jest liczbą operacji tworzących drogę d(1,n).

Długość drogi d(1,n) oznaczamy przez $\mu(d(1,n))$ i wyznaczamy na podstawie poniższej zależności:

$$\mu(d(1,n)) = \sum_{(i,j)\in d(1,n):\Delta_{ij}=0} \frac{x_{ij}+4y_{ij}+z_{ij}}{6} \tag{8}$$

4. FORMALIZACJA ZAPISU WYRAŻENIA OKREŚLAJĄCEGO SZANSE REALIZACJI PRZEDSIĘWZIĘCIA

Niech T^z jest zadanym czasem, względem którego chcemy określić szanse realizacji przedsięwzięcia przedstawionego grafem. Aby szanse te wyznaczyć dla zadanego czasu T^z konstruujemy zmienną losową standaryzowaną postaci:

$$\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}) = \frac{T^z - \sum_{(i,j):\Delta_{ij}=0} \frac{x_{ij}+4y_{ij}+z_{ij}}{6}}{\sqrt{\max_{i\in d(1,n)} \{\sigma_i^2\}}} \tag{9}$$

Z tablic wartości dystrybuanty rozkładu normalnego odczytujemy $\varphi(\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}))$ tj. wartość dystrybuanty.

Dysponując wartością dystrybuanty rozkładu normalnego szanse realizacji przedsięwzięcia określamy na podstawie wyrażenia $\varphi(\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}))\cdot 100\%$ a więc szanse realizacji przedsięwzięcia wyrażane będą w procentach.

$$\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}) = \frac{T^z - \sum_{(i,j):\Delta_{ij}=0} \frac{x_{ij}+4y_{ij}+z_{ij}}{6}}{\sqrt{\max_{i\in d(1,n)}\{\sigma_i^2\}}} \tag{10}$$

Z tablic wartości dystrybuanty rozkładu normalnego odczytujemy $\varphi(\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}))$ tj. wartość dystrybuanty.
Dysponując wartością dystrybuanty rozkładu normalnego szanse realizacji przedsięwzięcia określamy na podstawie wyrażenia $\varphi(\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}))\cdot$ 100% a więc szanse realizacji przedsięwzięcia wyrażane będą w procentach.

5. FORMALIZACJA ZAPISU ANALITYCZNEJ POSTACI FUNKCJI KRYTERIÓW WYZNACZANIA SZANS REALIZACJI PRZEDSIĘWZIĘCIA

Oczywiście koszt realizacji przedsięwzięcia przy określonych szansach realizacji przedsięwzięcia wyznaczany jest na podstawie funkcji kryterium, której postać analityczna może być następująca:

$$F(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}) = \sum_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \frac{k(x_{ij})x_{ij} + 4k(y_{ij})y_{ij} + k(z_{ij})z_{ij}}{6} \tag{11}$$

Na ogół funkcję kryterium minimalizujemy, muszą jednak być spełnione i dobrane adekwatne do sytuacji decyzyjnej ograniczenia. Natomiast czas realizacji przedsięwzięcia przy zadanych szansach realizacji przedsięwzięcia wyznaczany będzie na podstawie funkcji kryterium, której postać analityczna jest następująca:

$$T(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}) = \sum_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \frac{x_{ij}+4y_{ij}+z_{ij}}{6} \tag{12}$$

Na ogół funkcję kryterium minimalizujemy, muszą jednak być spełnione i odpowiednio dobrane do sytuacji decyzyjnej ograniczenia.

6. ZADANIA OPTYMALIZACYJNE WYZNACZANIA SZANS REALIZACJI PRZEDSIĘWZIĘCIA

6.1. ZADANIE 1

Dla danych:

- grafu realizacji przedsięwzięcia: $G = (\boldsymbol{W}, \boldsymbol{L})$ tj. zadanych $\boldsymbol{W}$ oraz $\boldsymbol{L}$;
- zakresów zmienności czasów minimalnych, najbardziej prawdopodobnych, maksymalnych realizacji operacji:

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \quad \underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}; \quad \underline{b}_{ij}, \overline{b}_{ij}; \quad \underline{c}_{ij}, \overline{c}_{ij}$$

- czasu realizacji przedsięwzięcia względem którego wyznaczamy szanse realizacji przedsięwzięcia: T^z;
- kosztów realizacji operacji wynikających z przyjętych czasów minimalnych, najbardziej prawdopodobnych, maksymalnych realizacji operacji:

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \quad k(x_{ij}); \quad k(y_{ij}); \quad k(z_{ij})$$

Wyznaczyć wartości liczbowe zmiennych decyzyjnych:

$$x_{ij}; \quad y_{ij}; \quad z_{ij}$$

tak, aby przy spełnieniu poniższych ograniczeń:

- „porządkujących” czasy realizacji operacji o(i,j):

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \quad x_{ij} \le y_{ij} \le z_{ij}$$

- na wybór minimalnego czasu x_{ij} realizacji operacji o(i,j):

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \quad \underline{a}_{ij} \le x_{ij} \le \overline{a}_{ij}$$

- na wybór najbardziej prawdopodobnego czasu y_{ij} realizacji operacji o(i,j):

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \quad \underline{b}_{ij} \le y_{ij} \le \overline{b}_{ij}$$

- na wybór maksymalnego czasu z_{ij} realizacji operacji o(i,j):

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \underline{c}_{ij} \le z_{ij} \le \overline{c}_{ij}$$

– na wyznaczenie najwcześniejszego moment zaistnienia wierzchołka o numerze w(j):

$$\bigwedge_{j=2,3,\dots,n} T_j = \max_{i\in\Gamma_j^{-1}}\{T_i + \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}\}$$

– na $T_1 = 0$;
– na uporządkowanie najwcześniejszych momentów zaistnienia wierzchołków:

$$T_2 \le T_3 \le T_4 \le \dots \le T_n$$

– na wyznaczenie wielkości rozrzutu najwcześniejszych momentów zaistnienia wierzchołków:

$$\bigwedge_{j=2,3,\dots,n} \sigma_j^2 = \max_{i\in\Gamma_j^{-1}}\{\sigma_i^2 + \frac{(z_{ij} - x_{ij})^2}{36}\}$$

– na $\sigma_1^2 = 0$:
– na wyznaczenie najpóźniejszych momentów zaistnienia wierzchołków:

$$T_i^1 = \min_{j\in\Gamma_i}\{T_j^1 - \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}\}$$

– na moment zaistnienia wierzchołka końcowego:

$$T_n^1 = T_n;$$

– na uporządkowanie najpóźniejszych momentów zaistnienia wierzchołków:

$$T_n \ge T_{n-1} \ge T_{n-2} \ge \dots \ge T_1$$

– na wyznaczenie rezerwy czasowej operacji:

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \Delta_{ij} = T_j^1 - T_i - \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}$$

– na wyznaczenie drogi krytycznej:

$$\mu(d(1,n)) = \sum_{(i,j)\in d(1,n):\Delta_{ij}=0} \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}$$

– na wyznaczenie standaryzowanej zmiennej losowej:

$$\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}) = \frac{T^z - \sum_{(i,j):\Delta_{ij}=0} \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}}{\sqrt{\max_{i\in d(1,n)} \{\sigma_i^2\}}}$$

– na wyznaczenie $\text{szans} = \varphi(\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}))\cdot 100\%$ realizacji przedsięwzięcia przedstawionego grafem.

oraz funkcja kryterium postaci:

$$F(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}) = \sum_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \frac{k(x_{ij})x_{ij} + 4k(y_{ij})y_{ij} + k(z_{ij})z_{ij}}{6} \longrightarrow \min$$

osiągała wartość minimalną.

6.2. ZADANIE 2

Dla danych:

– grafu realizacji przedsięwzięcia: $G = (\boldsymbol{W}, \boldsymbol{L})$ tj. zadanych $\boldsymbol{W}$ oraz $\boldsymbol{L}$;
– zakresów zmienności czasów minimalnych, najbardziej prawdopodobnych, maksymalnych realizacji operacji:

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \quad \underline{a}_{ij}, \overline{a}_{ij}; \quad \underline{b}_{ij}, \overline{b}_{ij}; \quad \underline{c}_{ij}, \overline{c}_{ij}$$

– czasu realizacji przedsięwzięcia względem którego wyznaczamy szanse realizacji przedsięwzięcia: T^z;

Wyznaczyć wartości liczbowe zmiennych decyzyjnych:

$$x_{ij}; \quad y_{ij}; \quad z_{ij}$$

tak, aby przy spełnieniu poniższych ograniczeń:

– „porządkujących" czasy realizacji operacji o(i,j):

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} x_{ij} \le y_{ij} \le z_{ij}$$

– na wybór minimalnego czasu x_{ij} realizacji operacji o(i,j):

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \underline{a}_{ij} \le x_{ij} \le \overline{a}_{ij}$$

– na wybór najbardziej prawdopodobnego czasu y_{ij} realizacji operacji o(i,j):

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \underline{b}_{ij} \le y_{ij} \le \overline{b}_{ij}$$

– na wybór maksymalnego czasu z_{ij} realizacji operacji o(i,j):

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \underline{c}_{ij} \le z_{ij} \le \overline{c}_{ij}$$

– na wyznaczenie najwcześniejszego moment zaistnienia wierzchołka o numerze w(j):

$$\bigwedge_{j=2,3,\ldots,n} T_j = \max_{i\in\Gamma_j^{-1}} \{T_i + \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}\}$$

– na $T_1 = 0$;

– na uporządkowanie najwcześniejszych momentów zaistnienia wierzchołków:

$$T_2 \le T_3 \le T_4 \le \ldots \le T_n$$

– na wyznaczenie wielkości rozrzutu najwcześniejszych momentów zaistnienia wierzchołków:

$$\bigwedge_{j=2,3,\ldots,n} \sigma_j^2 = \max_{i\in\Gamma_j^{-1}} \{\sigma_i^2 + \frac{(z_{ij} - x_{ij})^2}{36}\}$$

– na $\sigma_1^2 = 0$:

– na wyznaczenie najpóźniejszych momentów zaistnienia wierzchołków:

$$T_i^1 = \min_{j \in \Gamma_i} \{T_j^1 - \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}\}$$

– na moment zaistnienia wierzchołka końcowego:

$$T_n^1 = T_n;$$

– na uporządkowanie najpóźniejszych momentów zaistnienia wierzchołków:

$$T_n \geq T_{n-1} \geq T_{n-2} \geq \ldots \geq T_1$$

– na wyznaczenie rezerwy czasowej operacji:

$$\bigwedge_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \quad \Delta_{ij} = T_j^1 - T_i - \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}$$

– na wyznaczenie drogi krytycznej:

$$\mu(d(1,n)) = \sum_{(i,j)\in d(1,n):\Delta_{ij}=0} \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}$$

– na wyznaczenie standaryzowanej zmiennej losowej:

$$\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}) = \frac{T^z - \sum_{(i,j):\Delta_{ij}=0} \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6}}{\sqrt{\max_{i\in d(1,n)} \{\sigma_i^2\}}}$$

– na wyznaczenie $szans = \varphi(\alpha(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z})) \cdot 100\%$ realizacji przedsięwzięcia przedstawionego grafem.

oraz funkcja kryterium postaci:

$$T(\mathbf{X},\mathbf{Y},\mathbf{Z}) = \sum_{(i,j)\in \boldsymbol{L}} \frac{x_{ij} + 4y_{ij} + z_{ij}}{6} \longrightarrow \min$$

osiągała wartość minimalną.

7. PODSUMOWANIE

W artykule przedłożono aparat matematyczny umożliwiający formułowanie zadań optymalizacyjnych wyznaczania szans realizacji przedsięwzięć przedstawionych grafem skierowanym. Jednak pozostaje problem rozwiązania sformułowanych zadań optymalizacyjnych. Dla niektórych zadań optymalizacyjnych rozwiązanie będzie można uzyskać zapisując formalnie zadanie w wybranym języku programowania. Dla rozwiązania innych zadań należy opracować algorytm rozwiązania a następnie implementować go w wybranym języku programowania. Prace nad przedstawioną w artykule problematyką będą szły w kierunku prac nad algorytmami oraz ich implementacją.

Bibliografia

1. Ambroziak T. Metody i narzędzia harmonogramowania w transporcie. Instytut Technologii Eksploatacji – PIB, Warszawa, Radom 2007.
2. Jacyna M. (Red.): Kształtowanie systemów w wybranych obszarach transportu i logistyki. OWPW, Warszawa 2014.
3. Korzan B. Elementy teorii grafów i sieci. Państwowe Wydawnictwa Naukowe. Warszawa, 1978.
4. Pawlak M. Algorytmy ewolucyjne jako narzędzie harmonogramowania produkcji. PWN, Warszawa 1999.

THE ISSUE OF DETERMINING THE CHANCES OF REALIZATION OF TASKS PRESENTED BY GRAPH

Summary: The article presents a mathematical model that enables the formulation of optimization tasks to determine the chances of realization of projects presented by (the) directed graph. However, there remains a problem of solving the formulated optimization tasks. For some optimization tasks, it will be possible to get a solution by writing a formal task in the chosen programming language. To solve other tasks, it is necessary to develop a solution algorithm and then implement it in the chosen programming language. The work on the problem presented in the article will be focused on the development of algorithms for the solution of the formulated optimization tasks and their computer implementation.

Keywords: optimization, directed graph, chances of realization of projects