

**Kamil Popiela, Mariusz Wasiak**

Politechnika Warszawska, Wydział Transportu

## **METODA HEURYSTYCZNA FORMOWANIA JEDNOSTEK ŁADUNKOWYCH Z UWZGLĘDNIENIEM ICH ŚRODKA MASY**

Rękopis dostarczono czerwiec 2017 rok

**Streszczenie:** W artykule przedstawiono autorski algorytm heurystyczny formowania jednostek ładunkowych, który może być stosowany do rozmieszczenia jednostek opakowaniowych w/n pomocniczych urządzeniach ładunkowych dla różnych sytuacji decyzyjnych. W opracowanym algorytmie uwzględniono możliwość obrotu jednostek opakowaniowych o  $90^\circ$  wokół ich osi wysokości, wymiary, masy, wytrzymałości jednostek opakowaniowych i pomocniczych urządzeń ładunkowych oraz położenie środka masy jednostek ładunkowych. Ponadto każda z umieszczanych jednostek opakowaniowych ma zapewnione podparcie powierzchni nośnej, co gwarantuje jej stabilność podczas transportu. W artykule rozwiązano przykład obliczeniowy rozmieszczenia 10 jednostek opakowaniowych.

**Słowa kluczowe:** metoda heurystyczna formowania jednostek ładunkowych, problem pakowania, masy i wytrzymałości jednostek opakowaniowych, położenie środka masy jednostek ładunkowych.

### **1. WPROWADZENIE**

Problem rozmieszczenia jednostek opakowaniowych, ze względu na złożoność obliczeniową, jest jednym z trudniejszych do rozwiązania zagadnień w transporcie. Fakt ten sprawia, że tylko dla zagadnień małych rozmiarów możliwe jest uzyskiwanie rozwiązań jednocześnie maksymalizujących wykorzystanie przestrzeni ładunkowych oraz gwarantujących bezpieczeństwo umieszczonym jednostkom ładunku.

Dotychczas opisane zadania optymalizacyjne i metody heurystyczne w większości przypadków nie uwzględniają sytuacji decyzyjnych rozmieszczania jednostek opakowaniowych, gdy brane są pod uwagę masy i wytrzymałości jednostek opakowaniowych uwarunkowane powierzchniami ich podparcia oraz położenie środka masy jednostek ładunkowych. Zatem istnieje szereg problemów decyzyjnych do rozwiązania, których nie mogą być te narzędzia zastosowane.

Bardziej rozbudowane zadania optymalizacyjne, które pozwalają uzyskać rozwiązania o poprawnej interpretacji fizycznej [13] [16], [17], [18], [19], charakteryzują się długim czasem rozwiązywania problemu nawet o niewielkich rozmiarach. Z tego powodu istnieją-

ce metody nie zawsze mogą być stosowane w systemach logistycznych jako narzędzia wspomagające formowanie jednostek ładunkowych.

Spotykane częstokroć w praktyce podejście empiryczne pozwala zwykle uzyskać w krótszym czasie rozwiązanie problemu formowania jednostek ładunkowych, które może być porównywalne pod względem wypełnienia jednostek ładunkowych z wynikiem zastosowania złożonych metod heurystycznych, czy nawet optymalizacyjnych. Jednak w przypadku takiego podejścia istnieje duże ryzyko zniszczenia jednostek opakowaniowych, ze względu na ich zbytne obciążenie innymi.

Mając na względzie powyższe podjęte zostały badania nad opracowaniem nowej metody heurystycznej formowania jednostek ładunkowych. Uzyskane w tym zakresie rezultaty opisano w niniejszym artykule.

## 2. PRZEGLĄD LITERATURY

W literaturze przedmiotu dostępnych jest wiele metod heurystycznych formowania jednostek ładunkowych. Metody te opracowano dla różnorodnych sytuacji decyzyjnych co sprawia, że można dokonać ich podziału na metody: uwzględniające lub nie możliwość obrotu jednostek opakowaniowych, gwarantujące lub nie podparcie powierzchni nośnych jednostek opakowaniowych, uwzględniające lub nie masy i wytrzymałości jednostek opakowaniowych oraz zapewniające położenie środka masy jednostek ładunkowych, które gwarantuje ich stabilność podczas transportu.

Obrót jednostek opakowaniowych uwarunkowany jest konstrukcją opakowań oraz cechami umieszczonego w nich produktu. W konsekwencji w większości przypadków możliwa jest rotacja jednostek opakowaniowych tylko wokół ich osi wysokości, bowiem, inne ułożenie jednostek opakowaniowych zwiększa ryzyko ich zniszczenia. Metody heurystyczne, w których uwzględniono obrót jednostek opakowaniowych jedynie wokół ich osi pionowej przedstawili R.W. Haessler i F.B. Talbot [12], C.F. Chien i J.F. Deng [6] oraz A. Ratkiewicz [21]. Zaś metody heurystyczne, w których możliwy jest obrót jednostek opakowaniowych wokół dowolnej osi zaproponowali H. Gehring i A. Bortfeldt [10], Z. Wang, K.W. Li, i J.K. Levy [22] oraz J. Engeblad i D. Pisinger [9].

W praktycznych rozwiązaniach problemu formowania jednostek ładunkowych oprócz rotacji jednostek opakowaniowych wymagane jest również zapewnienie stabilności jednostek opakowaniowych poprzez zapewnienie podparcia ich powierzchni nośnych. Metody, w których to ujęto zaproponowali H. Gehring i A. Bortfeld [10], E.E. Bischoff [1], E.E. Bischoff i M.S.W. Ratcliff [3] i [4], E.E. Bischoff, F. Janetz, M.S.W. Ratcliff [2].

Układanie kolejnych warstw ładunku w przestrzeni ładunkowej wymaga zarówno znajomości masy, jak i wytrzymałości jednostek opakowaniowych. W literaturze dostępne są opisy metod heurystycznych, w których ujęto ograniczenia zabezpieczające jednostki opakowaniowe przed zniszczeniem poprzez uwzględnienie ich wytrzymałości, jednak w większości z tych metod pomijana jest powierzchnia podparcia jednostek opakowaniowych. W metodach tych każda jednostka opakowaniowa charakteryzowana jest środkiem masy oraz wytrzymałością zależną od jej położenia.

H. Gehring i A. Bortfeldt [10] w opracowanym przez siebie algorytmie genetycznym formowania jednostek ładunkowych kontenerowych uwzględnili m.in. ograniczenia warunkujące stabilność ładunku, która jest zależna od podparcia powierzchni nośnych oraz warunek określający położenie środka masy jednostek ładunkowych kontenerowych. Założono tam, że środki masy jednostek opakowaniowych znajdują się w ich środkach geometrycznych, zaś jednostka opakowaniowa jest stabilna, gdy ma zapewnione podparcie całej powierzchni nośnej bezpośrednio przez inną jednostkę opakowaniową.

Natomiast w podejściu zaproponowanym przez E.E. Bischoff'a [1] pominięto możliwości podparcia powierzchni jednostek opakowaniowych bezpośrednio wieloma jednostkami opakowaniowymi. Ponadto uwzględniana tu masa jednostki opakowaniowej jest skupiona w jej środku geometrycznym, a pochodzące od niej obciążenie nie zależy od powierzchni podparcia. Podobne uproszczenie uwzględnili M. Gendreau, M. Iori, G. Laporte, S. Martello [11] i W.Y. Liu, C.C. Lin, C.S. Yu [14]. W wyniku tego uproszczenia obciążenie każdej jednostki ładunkowej przenoszone jest przez jednostkę ładunku, która podpira środek geometryczny jej podstawy. Zatem uzasadnione jest rozszerzenie tego modelu o przenoszenie obciążeń pionowych uwarunkowanych powierzchniami podparcia jednostek opakowaniowych tak, aby masy jednostek opakowaniowych były rozłożone na całych powierzchniach ich podstawy.

Zbliżone do [1], [10], [11], [14] podejście zaproponowali M.S.W. Ratcliff i E.E. Bischoff [20], którzy wzięli pod uwagę przenoszenie przez jednostki opakowaniowe obciążeń pionowych uwarunkowanych powierzchniami podparcia pozostałych jednostek opakowaniowych. Aczkolwiek w tej metodzie pomimo uwzględnienia wytrzymałości poszczególnych jednostek opakowaniowych, określana jest wytrzymałość na obciążenia pionowe poszczególnych warstw ładunku.

W większości dostępnych w literaturze metodach heurystycznych [5], [7], [8], [15] maksymalizowane jest wypełnienie jednostek ładunkowych. Częstokroć w metodach heurystycznych pomijana jest zdolność do przenoszenia obciążeń przez jednostki opakowaniowe. Natomiast w metodach, w których została ona uwzględniona niejednokrotnie pomijana jest powierzchnia podparcia jednostek opakowaniowych i położenie środka masy jednostek ładunkowych bądź też nieefektywnie wykorzystywana jest przestrzeń ładunkowa. Mając to na uwadze zidentyfikowano potrzebę opracowania algorytmu heurystycznego formowania jednostek ładunkowych, w którym dla każdej jednostki opakowaniowej rozpatrywane będą dopuszczalne obciążenia przypadające na jednostkę jej powierzchni nośnej przy zachowaniu położenia środka masy gwarantującego stabilność jednostkom ładunkowych i akceptowalnego poziomu ich wypełnienia.

### 3. METODA HEURYSTYCZNA

#### 3.1. ZAŁOŻENIA

Zidentyfikowane braki w opracowanych dotychczas metodach heurystycznych formowania jednostek ładunkowych przyczyniły się do opracowania autorskiego algorytmu heurystycznej rozwiązania tego problemu. Zasadnicze cechy opracowanego algorytmu są następujące:

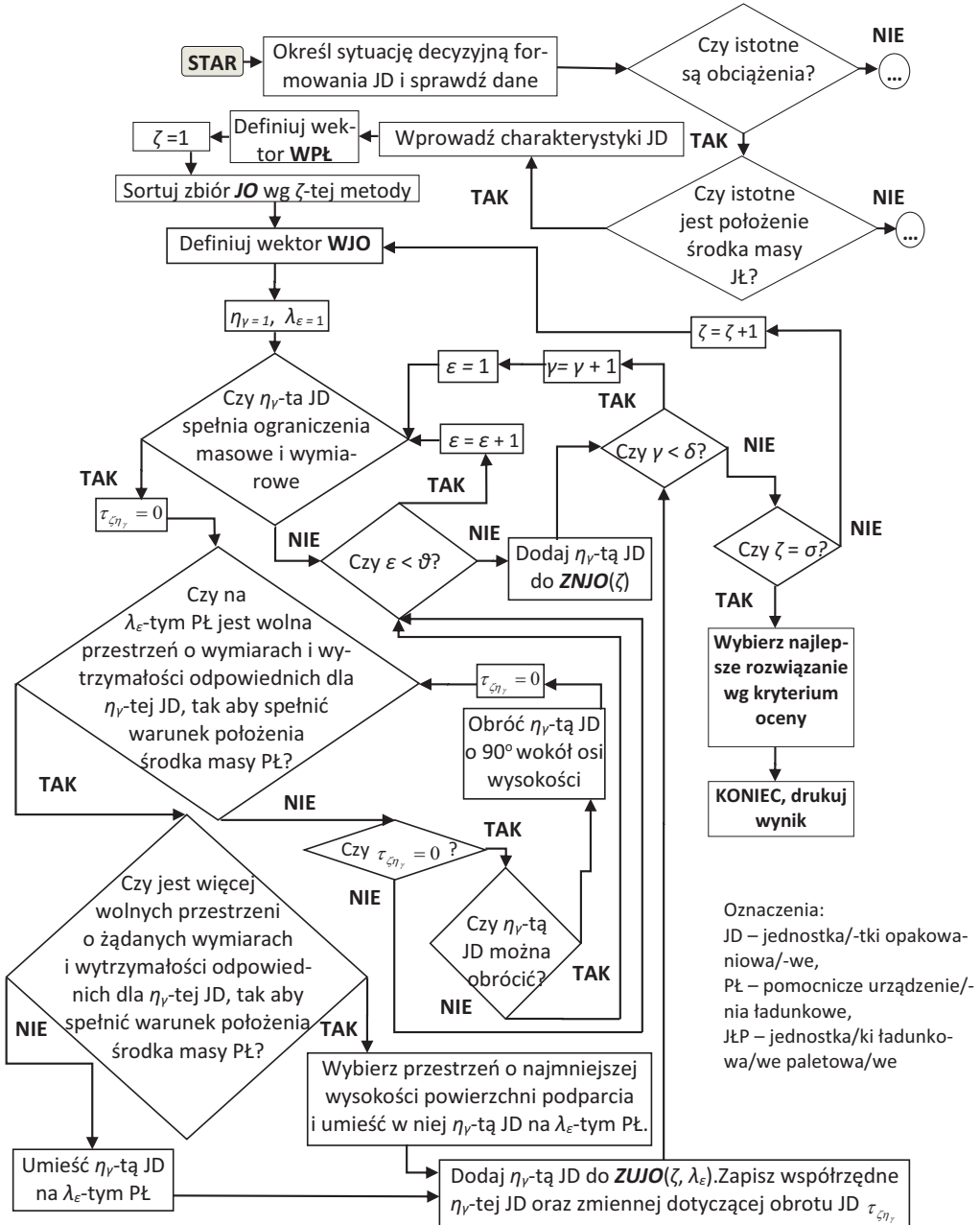
- jednostki ładunkowe są formowane z prostopadłościennych jednostek opakowaniowych,
- jednostki opakowaniowe są niejednorodne pod względem wymiarów lub pod względem wymiarów, masy i wytrzymałości,
- powierzchnie podparcia jednostek opakowaniowych są równoległe do powierzchni nośnej pomocniczego urządzenia ładunkowego,
- masa każdej jednostki opakowaniowej jest skupiona w jej środku geometrycznym,
- zapewnione jest podparcie powierzchni nośnych jednostek opakowaniowych,
- istnieje możliwość obrotu jednostek opakowaniowych wokół ich osi pionowej,
- przenoszenie przez jednostki opakowaniowe obciążeń pionowych uwarunkowane jest powierzchniami podparcia pozostałych jednostek opakowaniowych,
- wytrzymałości jednostek opakowaniowych i pomocniczych urządzeń ładunkowych do formowania jednostek ładunkowych na przenoszenie obciążeń są ograniczone,
- możliwe jest nieulożenie jednostek opakowaniowych, które nie spełniają ograniczeń,
- położenie środka masy każdej jednostki ładunkowej musi zapewnić jej wymaganą stabilność.

### 3.2. PODEJŚCIE DO PROBLEMU FORMOWANIA JEDNOSTEK

Opracowany algorytm jest autorską metodą rozmieszczenia jednostek opakowaniowych (JD) w/na pomocniczych urządzeniach ładunkowych (PŁ). Metoda ta umożliwia formowanie jednostek ładunkowych (JŁ) z różnorodnych pod względem charakterystyk jednostek opakowaniowych. Jednostki ładunkowe formowane za pomocą algorytmu z jednostek opakowaniowych i pomocniczych urządzeń ładunkowych są stabilne i tworzą integralną całość. Schemat blokowy opracowanego algorytmu przedstawiono na rys. 1.

Na potrzebę budowy algorytmu heurystycznego wprowadzono formalizm obejmujący:

- zbiór numerów JD  $\mathbf{JO} = \{1, \dots, i, \dots, I\}$ , gdzie  $I$  to liczba JD a  $i$  to numer JD,
- zbiór numerów PŁ  $\mathbf{JL} = \{1, \dots, j, \dots, J\}$ , gdzie  $J$  to liczba PŁ a  $j$  to numer PŁ,
- zbiór numerów metod sortowania JD  $\mathbf{MS} = \{1, \dots, \zeta, \dots, \sigma\}$ , gdzie  $\sigma$  to liczba metod sortowania JD, zaś  $\zeta$  to numer tej metody,
- zbiór numerów JD umieszczonych na  $j$ -tym PŁ dla  $\zeta$ -tej metody sortowania JD o postaci  $\mathbf{ZUJO}(\zeta, j) = \{i: i \in \mathbf{JO}, e_{ij}^{\zeta} = 1\}$ ,  $\zeta \in \mathbf{MS}, j \in \mathbf{JL}$ , przy czym  $e_{ij}^{\zeta} = 1$ , gdy przy  $\zeta$ -tej metodzie sortowania  $i$ -ta JD jest ułożona na  $j$ -tym PŁ, w przeciwnym przypadku  $e_{ij}^{\zeta} = 0$ , przy czym  $i \equiv \eta_j \in \mathbf{WJO}$ ,
- zbiór numerów JD nieulożonych na żadnym PŁ dla  $\zeta$ -tej metody sortowania JD  $\mathbf{ZNJO}(\zeta) = \{i: i \in \mathbf{JO}, \sum_{j \in \mathbf{JL}} e_{ij}^{\zeta} = 0\}$ ,  $\zeta \in \mathbf{MS}$ ,



Rys. 1. Algorytm modułu formowania jednostek ładunkowych z uwzględnieniem wytrzymałości i masy oraz środka masy

Źródło: opracowanie własne.

- zbiór wektorów charakterystyk PŁ i tworzonych przy ich użyciu  $\mathbf{JL} \mathbf{FJL} = \{\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_j, \dots, \mathbf{v}_m\}$ , przy czym dla  $j \in \mathbf{JL}$  kolejne elementy wektora  $\mathbf{v}_j = [L_j, W_j, rp_j, mp_j, B_j, H_j]$  mają interpretację: długości, szerokości, wysokości, masy, dopuszczalnej wytrzymałości  $j$ -tego PŁ oraz maksymalnej wysokości  $j$ -tej JL,
- zmienna binarna  $\tau_{\zeta i} = 1$ , gdy przy  $\zeta$ -tej metodzie sortowania obrócono  $i$ -tą JD o  $90^\circ$  wokół pionowej osi symetrii, w przeciwnym przypadku  $\tau_{\zeta i} = 0$ ,  $i \in \mathbf{JO}$ ,  $\zeta \in \mathbf{MS}$ .

W pierwszym kroku algorytmu (rys. 1) określa się sytuację decyzyjną formowania JL i wprowadza charakterystyki JD. Można tu wybrać, rodzaje istotnych ograniczeń, w tym czy mają być uwzględniane masy JD, przenoszenie obciążeń pionowych i środek masy JL. Wymagane charakterystyki JD są adekwatne do wybranej sytuacji decyzyjnej.

W drugim kroku zależnie od określonej uprzednio sytuacji decyzyjnej wybierany w algorytmie jest jeden z trzech modułów rozmieszczenia JD w/na PŁ. W pierwszym uwzględniane są jedynie charakterystyki wymiarowe, zaś w drugim dodatkowo wytrzymałości i masy. Natomiast trzeci opisany szerzej w artykule moduł stanowi rozszerzenie drugiego modułu o położenie środka masy JD (rys. 1.).

Kolejno, w ramach modułu 3, sortowany jest zbiór  $\mathbf{JO}$  według wybranego kryterium. W zbiorze  $\mathbf{MS}$  zdefiniowano sześć metod sortowania JD, do których zalicza się sortowanie malejące i rosnące wg charakterystyk masowych, wymiarowych oraz powierzchni nośnych. Następnie poszczególne elementy zbioru  $\mathbf{JO}$  są przypisywane składowym wektora  $\mathbf{WJO}$  w taki sposób, że  $\eta_{\gamma} = i$ ,  $i \in \mathbf{JO}$ . Następnie począwszy od pierwszej ( $\eta_{\gamma} = 1$ ) składowej wektora  $\mathbf{WJO}$  sprawdzana jest możliwość umieszczenia odpowiadającej jej JD (o charakterystyce  $\mathbf{f}_{\eta_{\gamma-1}}$ ) na  $\lambda_{e-1}$ -tym PŁ (o charakterystyce  $\mathbf{v}_{\lambda_{e-1}}$ ). W przypadku umieszczenia JD na  $\lambda_e$ -tym PŁ jest ona dodawana do zbioru  $\mathbf{ZUJO}(\zeta, \lambda_e)$ . Jeżeli na PŁ brakuje przestrzeni o żądanych charakterystykach to sprawdzana jest możliwość jej umieszczenia na kolejnym  $\lambda_{e+1}$  PŁ. Jeśli na żadnym z nich nie można umieścić JD to jest ona dodawana do zbioru  $\mathbf{ZNJO}(\zeta)$ . Kolejno sprawdzana jest możliwość rozmieszczenia pozostałych JD dla  $\zeta$ -tej metody sortowania. Dla każdej kolejnej  $\zeta$ -tej metody sortowania procedura rozmieszczenia JD na PŁ jest powtarzana i ponownie definiowany jest wektor  $\mathbf{WJO}$ . Gdy metoda sortowania  $\zeta = \sigma$ , algorytm kończy układanie JD i wybiera najlepsze rozwiązanie dla uformowania jednostek ładunkowych, ze względu na przyjęte kryterium oceny.

## 4. STUDIUM PRZYPADKU

Opisana w artykule metoda heurystyczna formowania jednostek ładunkowych została zaimplementowana w środowisku programistycznym PYTHON. Następnie, celem oceny jej przydatności oraz weryfikacji poprawności zdefiniowano oraz rozwiązano wiele przykładów obliczeniowych. Uzyskane wyniki odnoszono do rozwiązań analitycznych problemu. W artykule opisano jeden z tych przykładów. W badanym przypadku rozważono rozmieszczenie 10 jednostek opakowaniowych na palach typu euro ( $L_j = 1200$  mm,  $W_j = 800$  mm,  $rp_j = 144$  mm). Maksymalna wysokość każdej jednostki ładunkowej paletowej  $H_j$  została ustalona jako równa 1344 mm, zaś dopuszczalna ładowność palety – jako równa 1000 kg. Dodatkowo możliwe odchylenie środków masy jednostek ładunkowych od poło-

zenia ich środków geometrycznych ustalono na równe 15%. Parametry uwzględnionych jednostek opakowaniowych zestawiono w tabelicy 1.

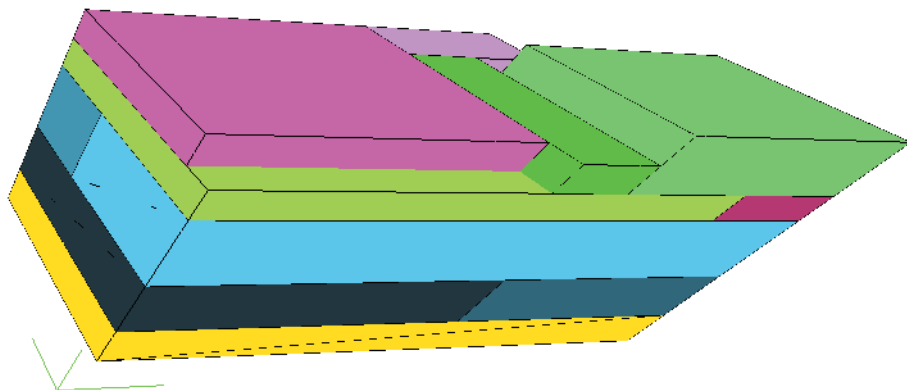
W wyniku rozwiązania przykładu obliczeniowego metodą heurystyczną rozmieszczono 10 jednostek opakowaniowych na jednej palecie (rys. 2). Czas rozwiązania tego przykładu obliczeniowego wyniósł 7 sekund.

Tabela 1.

Parametry jednostek opakowaniowych

Numer jednostki opakowaniowej ( $i$ )	Długość jednostki opakowaniowej w mm ( $p_i$ )	Szerokość jednostki opakowaniowej w mm ( $q_i$ )	Wysokość jednostki opakowaniowej w mm ( $r_i$ )	Masa jednostki opakowaniowej w kg ( $m_i$ )	Dopuszczalny nacisk na jednostkę opakowaniową w kg ( $dm_i$ )
1	700	800	200	17,5	60,0
2	500	800	200	19,0	70,0
3	1200	500	250	20,5	50,0
4	1200	300	250	15,0	54,0
5	1000	800	100	15,0	30,0
6	200	800	100	18,0	35,0
7	600	700	200	19,0	10,0
8	600	150	200	15,0	15,0
9	600	450	200	15,0	10,0
10	300	200	300	16,0	30,0

Źródło: opracowanie własne.



Rys. 1. Ilustracja rozwiązania przykładu obliczeniowego

Źródło: opracowanie własne.

Na podstawie uzyskanych wyników stwierdzono, że zaproponowany algorytm heurystyczny formowania jednostek ładunkowych jest poprawny. Umieszczone na paletach jednostki opakowaniowe nie ulegną uszkodzeniu pod wpływem ciężaru innych jednostek opakowaniowych, a suma ich mas wynosi 170kg i nie przekracza dopuszczalnego obciążenia palety. Ponadto środek masy jednostki ładunkowej paletowej na osi X znajduje się w odległości 668 mm (11,3% odchylenia od środka geometrycznego) oraz na osi Y w odległości 414 mm (3,5% odchylenie od środka geometrycznego), zaś w osi Z w odległości 519 mm (13,5% odchylenie od środka geometrycznego) od krawędzi palety. Zatem w rozwiązaniu przypadku środek masy uformowanej jednostki ładunkowej spełnia warunek możliwego położenia względem środka geometrycznego jednostki ładunkowej. Fakt ten zapewnia, że jednostka ładunkowa będzie stateczna podczas operacji ładunkowych. Możliwe jest, zatem zastosowanie uzyskanego rozwiązania w praktyce.

## 5. PODSUMOWANIE

Opracowana metoda heurystyczna umożliwia formowanie jednostek ładunkowych, gdy wymagane jest: rozmieszczenie jednostek opakowaniowych niejednorodnych pod względem charakterystyk wymiarowych, masowych i wytrzymałościowych, podparcie ich powierzchni nośnych, przenoszenie obciążeń pionowych przez jednostki opakowaniowe i pomocnicze urządzenia ładunkowe oraz położenie środka masy jednostek ładunkowych.

Otrzymywane za pomocą opracowanego algorytmu jednostki ładunkowe spełniają wymagania praktyki w zakresie ich stabilności i wytrzymałości na czas transportu. W takim więc razie formowane przy użyciu tego narzędzia jednostki ładunkowe nie ulegną rozformowaniu, a jednostki opakowaniowe uszkodzeniu w wyniku obciążeń pochodzących od innych jednostek opakowaniowych. Zatem możliwe jest zastosowanie opracowanego algorytmu jako narzędzia do rozwiązywania problemów decyzyjnych formowania jednostek ładunkowych, w których wymagane jest spełnienie warunku wytrzymałości jednostek opakowaniowych i ograniczenia na możliwe położenie środka masy jednostki ładunkowej.

Opracowane narzędzie do formowania jednostek ładunkowych w postaci implementacji algorytmu heurystycznego umożliwia efektywne rozwiązywanie przykładów obliczeniowych zawierających nawet do 1000 jednostek opakowaniowych. Ponadto za pomocą implementacji komputerowej tego algorytmu możliwe jest rozwiązanie przykładów obliczeniowych dla wybranych sytuacji decyzyjnych, których rozwiązania mogą być stosowane do formowania jednostek ładunkowych na potrzeby przemysłu.

### Bibliografia

1. Bischoff, E.E.: Three-dimensional packing of items with limited loading bearing strength. *European Journal of Operational Research* 168, 952-966, 2006.
2. Bischoff, E.E., Janetz, F., Ratcliff, M.S.W.: Loading pallets with non-identical items. *European Journal of Operational Research* 84(3), pp. 681-692, 1995.
3. Bischoff, E.E., Ratcliff, M.S.W.: Issues in the development of approaches to container loading. *Omega* 23, 377-390, 1995.



4. Bischoff, E.E., Ratcliff, M.S.W.: Loading multiple pallets. EBMS Working Paper, University College, Swansea, 1994.
5. Bortfeldt, A., Gehring, H.: Applying tabu search to container loading problems. *Operations Research Proceedings*, Vol. 1997, Springer Verlag, Berlin, pp. 533–538, 1998.
6. Chien, C.F., Deng, J.F.: A container packing support system for determining and visualizing container packing patterns *Decision Support Systems* 37, 23–34, 2004.
7. Chien, C.F., Lee, C.Y., Huang, Y.C., Wu, W.T.: An efficient computational procedure for determining the containerloading pattern. *Computers & Industrial Engineering* 56, 965–978, 2009.
8. Chua, C.K., Narayanan, V., Loh, J.: Constraint-based spatial representation technique for the container, 1998.
9. Egeblad, J., Pisinger, D.: Heuristic approaches for the two- and three-dimensional knapsack packing problem. *Computers & Operations Research* 36, 1026–1049, 2009.
10. Gehring, H., Bortfeldt, A., A genetic algorithm for solving the container loading problem. *International Transactions in Operational Research* 4, 401–418, 1997.
11. Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., Martello, S.: A tabu search algorithm for a routing and container loading problem, *Transportation Science* 40 (3), pp. 342–350, 2006.
12. Haessler, R.W., Talbot, F.B.: Load planning for shipments of low density products. *European Journal of Operational Research* 44, 289–299, 1990.
13. Junqueira, L., Morabito, R., Yamashita, D.S.: Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints, *Computers & Operations*, 2012.
14. Liu, W.Y., Lin, C.C., Yu, C.S.: On the three-dimensional container packing problem under home delivery service. *Asia-Pacific Journal of Operational Research* 28, 601–621, 2011b.
15. Martello, S., Pisinger, D., Vigo, D.: The three-dimensional bin packing problem. *Operations Research* 48, 256–267, 2000.
16. Popiela, K.: Modelowanie formowania jednostek ładunkowych – etap 1. Grant Dziekański, umowa nr 504/01342/1160. Warsaw, 2014–2015.
17. Popiela, K., Wasiak, M.: Optimization of Unit Load formation taking into account the mass of packing units, w: *Archives of Transport, Polska Akademia Nauk - Komitet Transportu*, vol. 32, nr 4, ss. 73–80, 2014.
18. Popiela, K., Wasiak, M.: Optymalizacja formowania jednostek ładunkowych z uwzględnieniem mas i wytrzymałości jednostek opakowaniowych, *Prace Naukowe Transport, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej*, Warszawa 2015.
19. Popiela, K., Wasiak M.: Optymalizacja formowania niejednorodnych jednostek ładunkowych z uwzględnieniem mas i wytrzymałości, *Logistyka*, nr 4, 2015, ss. 836–845.
20. Ratcliff, M.S.W., Bischoff, E.E.: Allowing for weight considerations in container loading, *OR Spektrum* 20, 65–71, 1998.
21. Ratkiewicz A.: Rozprawa doktorska - Optymalizacja procesu komisjonowania w ustalonej klasie łańcuchów transportowo-magazynowych. PWWT, Warszawa 2002.
22. Wang, Z., Li, K.W., Levy, J.K.: A heuristic for the container loading problem: a tertiary-tree-based dynamic space decomposition approach. *European Journal of Operational Research* 191, 86–99, 2008.
23. Wu Y., Li W. Goh M. de Souza R.: Three-dimensional bin packing problem with variable bin height, *Europeana Jurnal of Operational Research* 202, pp.347-355, 2010.

## HEURISTIC METHOD OF UNIT LOADS FORMATION TAKING INTO ACCOUNT THE CENTER OF MASS

**Summary:** The author's heuristic method of loading unit formation, which can be applied to arrange packing units in/on auxiliary loading equipment for a decision making situation, is presented in this article. In the proposed algorithm, the possibility of 90 degree vertical axis rotation of packaging units, defining masses, dimensions, strength of particular packaging units and auxiliary loading equipment and locating the center of mass in loading units were ensured. Furthermore, each of arranged packaging units is guaranteed support of bearing surfaces in a way which provides stability during transport. In the article, a sample calculation of 10 packaging units was solved by this heuristic method.

**Keywords:** heuristic method of loading unit formation, packing problem, masses and strength of packaging units optimization, determination of packaging units' center of mass.